EXAMEN PRIMER PARCIAL – INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA
La Paz, sábado 14 de abril de 2018
SOLUCIONARIO Por Profesor Hebe Condori Cauna

Preguntas: Cada pregunta tiene un valor de 5 puntos (total 35 puntos)

1. **Sea la función** $f_{(x)}=\dfrac{1-x}{x-2}$ **. Hallar el valor de** $E=\dfrac{f(1)+f(3)}{f(-1)+f(1)}$

a) 0 **b) 1** **c) 2** **d) 3** **e) 4**

Solución: Antes calculamos $E=\dfrac{f(1)+f(3)}{f(-1)+f(1)}=\dfrac{0+(-2)}{\left(-\dfrac{2}{3}\right)+0}=3\Rightarrow E=3$

Inciso d)

2. **Simplifica y determina el valor de** $E=\left(\dfrac{2^{\frac{\sqrt{2}}{4}}+2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{2^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}+2^{-\frac{\sqrt{2}}{4}}}\right)^{2\sqrt{2}}$

a) 4 **b) 5** **c) 6** **d) 7** **e) 8**

Solución: Operando, aplicando propiedades de potencia tenemos:

$$E=\left(\dfrac{2^{\frac{\sqrt{2}}{4}}+2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{2^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}+2^{-\frac{\sqrt{2}}{4}}}\right)^{2\sqrt{2}}=\left(\dfrac{2^{\frac{\sqrt{2}}{4}}+2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{\dfrac{1}{2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}+\dfrac{1}{2^{\frac{\sqrt{2}}{4}}}}\right)^{2\sqrt{2}}=\left(\dfrac{2^{\frac{\sqrt{2}}{4}}+2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{\dfrac{2^{\frac{\sqrt{2}}{4}}+2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}2^{\frac{\sqrt{2}}{4}}}}\right)^{2\sqrt{2}}=\left(2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}2^{\frac{\sqrt{2}}{4}}\right)^{2\sqrt{2}}=\left(2^{\frac{2\cdot 2}{2}}\right)\left(2^{\frac{2\cdot 2}{4}}\right)=\left(2^2\right)(2)=8$$

Inciso e)

3. **Resolver la siguiente ecuación:** $\sqrt{x+7}+\sqrt{x-1}-2\sqrt{x+2}=0$

a) 0 **b) 1** **c) 2** **d) 3** **e) 4**

Solución: Ordenando y elevando miembro a miembro al cuadrado tenemos:

$$\left(\sqrt{x+7}+\sqrt{x-1}\right)^2=\left(2\sqrt{x+2}\right)^2\Rightarrow x+7+2\sqrt{x+7}\sqrt{x-1}+x-1=4(x+2)\Rightarrow 2\sqrt{x+7}\sqrt{x-1}=2x+2$$

$$\Rightarrow\sqrt{(x+7)(x-1)}=x+1\Rightarrow\left(\sqrt{(x+7)(x-1)}\right)^2=(x+1)^2\Rightarrow x^2-x+7x-7=x^2+2x+1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x-7=2x+1\Rightarrow 4x=8\Rightarrow x=2$$

Inciso c)

4. **Hallar m, de modo que las raíces de la ecuación $\left(\sqrt{m-1}\right)x^2+36\sqrt{m-1}=12x$ sean iguales**

a) 0 **b) 1** **c) 2** **d) 3** **e) 4**

<u>Solución</u>: Una ecuación de 2do grado tiene raíces iguales si el discriminante es cero, así:

$$\left(\sqrt{m-1}\right)x^2-12x+36\sqrt{m-1}=0 \Rightarrow \Delta=b^2-4ac=0 \Rightarrow \left(\sqrt{m-1}\right)^2-4\left(\sqrt{m-1}\right)\left(36\sqrt{m-1}\right)=0$$

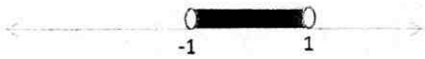
$$\Rightarrow 144=144(m-1) \Rightarrow 1=m-1 \Rightarrow m=2$$

Inciso c)

5. **Hallar el conjunto solución de la inecuación:** $\dfrac{x^2}{x^2+2x+1}<\dfrac{1}{x^2+2x+1}$

a) $\left]-1,1\right[$ **b)** $\left]-2,2\right[$ **c)** $\left]-3,3\right[$ **d)** $\left]-4,4\right[$ **e)** $\left]-\infty,1\right[$

<u>Solución</u>: Operando: $\dfrac{x^2}{x^2+2x+1}<\dfrac{1}{x^2+2x+1} \Rightarrow \dfrac{x^2-1}{(x+1)^2}<0$



Por tanto el conjunto solución es: $Cs=\left]-1,1\right[$

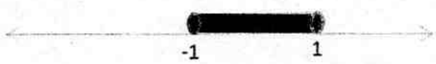
Inciso a)

6. **Hallar el conjunto solución de la inecuación:** $|3x-2|\le|2x-3|$

a) $[-1,1]$ **b)** $[-2,2]$ **c)** $[-3,3]$ **d)** $[-4,4]$ **e)** $[-5,5]$

<u>Solución</u>: Operando: $|3x-2|\le|2x-3| \Rightarrow (3x-2)^2\le(2x-3)^2 \Rightarrow 5x^2-5\le 0 \Rightarrow (x-1)(x+1)\le 0$

Por tanto el conjunto solución es: $Cs=[-1,1]$



Inciso a)

7. **Hallar el valor de k, si la división de $4kx^2-20x+15-kx$ entre $2kx-5$ es exacta**

a) 0 **b) 1** **c) 2** **d) 3** **e) 4**

<u>Solución</u>: Aplicando el teorema del resto, para esto $2kx-5=0 \Rightarrow x=\dfrac{5}{2k}$ ahora para que la división sea exacta tenemos que el resto debe ser cero, por tanto evaluando en el polinomio tenemos:

$$4k\left(\frac{5}{2k}\right)^2-20\left(\frac{5}{2k}\right)+15-k\left(\frac{5}{2k}\right)=\mathrm{Re}sto=0 \;\Rightarrow\; \frac{25}{k}-\frac{50}{k}+15-\frac{5}{2}=0 \Rightarrow 25k=50 \Rightarrow k=2$$

Por tanto el $k=2$

Inciso c)