



INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA  
MAT 99

Primer Parcial (II – 2022)  
(Sábado 1 de octubre de 2022)

RELATORIA – SOLUCIONARIO

PREGUNTAS

1. (10 pts) Dado el polinomio  $P(x, y) = 4x^{a^{b-4}} - 7y^{a^{2(b-4)}} + 11(xy)^{a^{b-4}} + 8y^{4+a^{b-4}}$   
Donde  $a$  y  $b$  son números reales no nulos. Si la suma de los grados absolutos de los cuatro términos del polinomio es  $(2 + a^6)^2$ . El valor de  $b$  es:
- A)  $b = 8$
  - B)  $b = 10$
  - C)  $b = 12$
  - D) Ninguna de las anteriores

Solución.

Tenemos el polinomio  $P(x, y) = 4x^{a^{b-4}} - 7y^{a^{2(b-4)}} + 11(xy)^{a^{b-4}} + 8y^{4+a^{b-4}}$  que está formado por cuatro términos:

- ✓ Término  $4x^{a^{b-4}}$  su grado absoluto es  $a^{b-4}$
- ✓ Término  $-7y^{a^{2(b-4)}}$  su grado absoluto es  $a^{2(b-4)}$
- ✓ Término  $11(xy)^{a^{b-4}}$  su grado absoluto es  $a^{b-4} + a^{b-4}$
- ✓ Término  $8y^{4+a^{b-4}}$  su grado absoluto es  $4 + a^{b-4}$

Según condición del problema, si la suma de los grados absolutos de los cuatro términos del polinomio es  $(2 + a^6)^2$ .

$$\text{Luego } a^{b-4} + a^{2(b-4)} + a^{b-4} + a^{b-4} + 4 + a^{b-4} = (2 + a^6)^2$$

$$a^{2(b-4)} + 4a^{b-4} + 4 = (2 + a^6)^2$$

$$(a^{(b-4)} + 2)^2 = (2 + a^6)^2$$

$$a^{(b-4)} + 2 = 2 + a^6$$

$$a^{(b-4)} = a^6$$

$$\frac{a^{(b-4)}}{a^6} = 1$$

$$a^{b-4-6} = 1$$

Como  $a$  no es cero, entonces  $b - 4 - 6 = 0$ , entonces  $b = 10$

Clave de respuesta inciso B)  $b = 10$



2. (8 pts) Considere la ecuación cuadrática  $x^2 - 2kx + k^2 - 4 = 0$   
Hallar el valor de  $k$  de modo que cumpla las siguientes condiciones:
- ✓ Una de las raíces aumentada en dos es el triple de la otra.
  - ✓ La suma de ambas raíces es un valor positivo.
- A)  $k = 15$   
B)  $k = 10$   
C)  $k = 5$   
D) Ninguna de las anteriores

Solución.

Tenemos la ecuación  $x^2 - 2kx + k^2 - 4 = 0$  para resolverlo aplicamos la formula general  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  donde  $a = 1$ ;  $b = -2k$ ;  $c = k^2 - 4$ , sustituyendo datos, tenemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2k \pm \sqrt{(2k)^2 - 4(1)(k^2 - 4)}}{2(1)} = \frac{2k \pm \sqrt{4k^2 - 4k^2 + 16}}{2} = \frac{2k \pm 4}{2} = k \pm 2$$

Por tanto las soluciones son:  $x_1 = k + 2$ ;  $x_2 = k - 2$ , si sumamos estos dos últimas ecuaciones miembro a miembro, tenemos:  $x_1 + x_2 = 2k$ , según condición del problema, "la suma de ambas raíces es un valor positivo", por tanto  $x_1 + x_2 = 2k > 0$  entonces  $k$  que buscamos es positivo.

Por otro lado, según condición del problema "una de las raíces aumentada en dos es el triple de la otra", por tanto tenemos dos casos, que son:

$$\begin{array}{ll} x_1 + 2 = 3x_2 & \text{ó} & x_2 + 2 = 3x_1 \\ k + 2 + 2 = 3(k - 2) & \text{ó} & k - 2 + 2 = 3(k + 2) \\ k + 4 = 3k - 6 & \text{ó} & k = 3k + 6 \\ k - 3k = -10 & \text{ó} & k - 3k = 6 \\ -2k = -10 & \text{ó} & -2k = 6 \\ k = 5 & \text{ó} & k = -3 \end{array}$$

Pero, como el  $k$  que buscamos es positivo, entonces la única opción es  $k = 5$

Clave de respuesta inciso C)  $k = 5$

3. (8 pts) Hallar el resto de la división de  $(3 + (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4))^4$  entre  $x^2 + 5x + 5$

- A) 8  
B) 16  
C) 32  
D) Ninguna de las anteriores

Solución.



Tenemos el polinomio

$$P(x) = (3 + (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4))^4 = (3 + (x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3))^4$$

$$P(x) = (3 + (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6))^4 \quad (\alpha)$$

Por teorema del residuo,  $x^2 + 5x + 5 = 0$  entonces  $x^2 + 5x = -5$ , esto se sustituye en  $(\alpha)$ , así tenemos:

$$P(x) = (3 + (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6))^4 = (3 + (-5 + 4)(-5 + 6))^4 = (3 + (-1)(1))^4 = 2^4 = 16$$

Así por teorema del residuo, tenemos que el resto es  $r = 16$ .

Clave de respuesta inciso B) 16

4. (9 pts) En el BANCO UNION, el cajero A puede atender a sesenta clientes en cuatro horas, el cajero B puede atender a cincuenta clientes en cuatro horas. Si el cajero A, empieza a trabajar una hora antes que el cajero B. ¿Cuánto tiempo demorarán en atender a ciento veinticinco clientes?

- A) 6 horas
- B) 8 horas
- C) 10 horas
- D) Ninguna de las anteriores

Solución.

Sea  $t$ , el tiempo que trabajara el cajero A, luego el cajero B trabajara una hora menos, es decir  $t - 1$ .

- ✓ El número de clientes que puede atender el cajero A, en una hora es  $\frac{60}{4}$  es decir 15 clientes; luego el número de clientes que atenderá en  $t$  horas es  $15t$ .
- ✓ El número de clientes que puede atender el cajero B, en una hora es  $\frac{50}{4}$  es decir 12,5 clientes; luego el número de clientes que atenderá en  $t - 1$  horas es  $12,5(t - 1)$ .

El número total de clientes que atenderán es la suma  $15t + 12,5(t - 1) = 125 \rightarrow t = 5$

Clave de respuesta inciso D) Ninguna de las anteriores

Profesor Hebe Condori Cauna

Coordinador de la materia Introducción a la Matemática

**Es dado en la ciudad de La Paz, en fecha sábado 1 de octubre de 2022, a horas 18:00**